

Модельная ассимиляция и реанализ геокриологических данных: постановка задачи и валидация модели для Европейского Севера и Восточной Сибири

О. А. Анисимов*, С. А. Лавров*,
А. Ф. Жирков**, Д. А. Каверин***

Сформулирована постановка задачи ассимиляции и реанализа данных измерений температуры верхнего слоя почвогрунтов и мощности сезонноталого слоя на основе моделей разной сложности. Обоснована необходимость применения для этой цели динамической модели. Выделены четыре типа многолетнемерзлых грунтов с разной мощностью сезонноталого слоя, для которых проведена валидация модели по данным измерений на севере европейской части России и в Восточной Сибири. Предложен метод учета мелкомасштабной изменчивости почвенных, растительных и ландшафтных факторов, основанный на ансамблевых расчетах. Показано, что динамическая модель хорошо воспроизводит данные измерений мощности сезонноталого слоя в широком спектре ландшафтных, почвенных и климатических условий и ее можно использовать для реанализа геокриологических данных.

Ключевые слова: криолитозона, многолетнемерзлые грунты, сезонноталый слой, температура грунтов, моделирование, реанализ.

Введение

Многочисленные наблюдения указывают на начавшиеся изменения состояния многолетнемерзлых грунтов (ММГ), главными факторами этих изменений являются температура воздуха, атмосферные осадки и растительность [7]. Многолетнемерзлые грунты занимают 9—12% площади всех континентов (13,2—18,0 млн. км²), а вся криолитозона, в которую входят также области прерывистого и островного распространения ММГ, — 23—25% суши [13]. В России многолетнемерзлые грунты имеют сплошное распространение на площади 7 млн. км², на 1,8 млн. км² — прерывистое и на 2,5 млн. км² — островное и редкоостровное [5].

До недавнего времени в научных исследованиях криолитозону рассматривали преимущественно вне контекста изменения климата. Показательно

* Государственный гидрологический институт; e-mail: oleg@oa7661.spb.edu (Анисимов Олег Александрович).

** Институт мерзлотоведения им. П. И. Мельникова Сибирского отделения Российской академии наук.

*** Институт биологии Коми научного центра Уральского отделения Российской академии наук.

использование геокриологами термина “породы”, а не “грунты” в отношении мерзлой толщи, подчеркивающее их принадлежность к геологическим объектам и, соответственно, к геологическим масштабам изменений во времени. Между тем в глобально изменяющемся мире сформировался общественный запрос на информацию о том, как трансформируются инженерные, экосистемные, биогеохимические и гидрологические функции криолитозоны в зависимости от климатических условий. На это указывают результаты исследования общественного восприятия изменения климата, в котором многие респонденты назвали деградацию ММГ одним из главных рисков [2]. Определяющее значение во взаимодействии криолитозоны и атмосферы имеет сезонноталый слой (СТС). Он формирует корнеобитаемое пространство для растительности, лимитирует количество углеродосодержащего субстрата для газообмена между почвой и атмосферой, обуславливает режим надмерзлотных вод и регулирует интенсивность деструктивных геоморфологических процессов, влияющих на устойчивость инфраструктуры.

Данные о состоянии ММГ пополняются из четырех источников. Самые продолжительные измерения температуры почвы до глубины 3,2 м проведены на метеостанциях Росгидромета [12]. Еще один источник — геотермические измерения в скважинах глубиной от десятка до сотни метров. В России задействованы более 160 скважин (данные на портале <http://gtnp.arcticportal.org/>). С 1990 г. измерения мощности СТС проводят в рамках программы циркумполярного мониторинга деятельного слоя. Из созданных в России 64 площадок продолжительные ряды (более 10 лет) имеются менее чем на 20, все данные размещены на портале www.gwu.edu/~calm. Наиболее детальные наблюдения проводят на специализированных мерзлотных стационарах.

По мере накопления данных неизбежно возникает задача их обобщения. Она состоит в том, чтобы провести анализ почвенных, надпочвенных (снег, растительность), топографических, климатических и иных влияющих факторов, сопоставить их с точечными мерзлотными измерениями и построить пространственно-временной континуум двух главных параметров ММГ — среднегодовой температуры и мощности СТС для всей криолитозоны. Можно провести параллель с метеорологией, где до недавнего времени серьезные проблемы были связаны с заполнением пропусков и обобщением данных неравномерной и редкой сети наблюдений. Сейчас они во многом преодолены благодаря развитию реанализа, который представляет собой двухшаговый процесс. На первом шаге, называемом ассимиляцией данных, проводят валидацию метеорологической модели по всем имеющимся для фиксированного интервала времени измерениям. На втором шаге выполняется собственно реанализ, т. е. по откалиброванной модели рассчитывают исследуемые параметры в узлах сетки, охватывающей нужную область, при этом учитывают все основные влияющие факторы. Современные продукты атмосферного реанализа обеспечивают в режиме, близком к реальному времени, информацию о температуре приземного слоя воздуха и поверхности почвы, осадках, ветре, давлении и ряде других с суточной дискретностью для всей территории суши.

Данная работа открывает серию публикаций, посвященных модельному реанализу параметров состояния ММГ. В статье рассматривается поста-

новка задачи и проводится валидация модели по данным наблюдений на севере европейской части России и в Восточной Сибири. Результаты модельного реанализа для всей криолитозоны России за последние 50 лет будут представлены в последующей публикации.

Постановка задачи реанализа

Ключевую роль в реанализе играет моделирование. Математический формализм всех моделей ММГ основан на решении задачи Стефана, постановка которой описана во многих публикациях. Исчерпывающая обзорная информация приведена в работе [1]. Особенностью задачи является наличие подвижных границ раздела мерзлого и талого грунта, на которых происходят фазовые переходы влаги.

В 1990-х годах стали интенсивно развиваться динамические модели ММГ. Они позволяют рассчитывать вертикальное распределение температуры грунта с заданным временным шагом от нескольких часов до суток. В отличие от полуэмпирических, такие модели основаны на фундаментальных уравнениях тепло- и влагопереноса и дают исчерпывающую информацию об изменениях во времени и по глубине параметров физического состояния ММГ. Динамические модели требуют лишь минимальной валидации, под которой понимается уточнение значений входящих в модель почвенных, растительных и иных влияющих параметров, так чтобы максимально приблизить результаты расчета к имеющимся результатам наблюдений за толщиной СТС и температурой грунта. Валидацию проводят с дифференциацией по мерзлотным и растительным зонам, почвенным, ландшафтным и климатическим условиям. В каждом случае подбирают типичные для заданных условий значения параметров, при которых достигаются минимальные различия между данными модельного расчета и наблюдений.

Динамические модели разной сложности были разработаны в Государственном гидрологическом институте (ГГИ) [3, 4], в Главной геофизической обсерватории [10, 11], в Институте вычислительной математики Российской академии наук (РАН) [8] и в Институте физики атмосферы РАН [6]. Аналогичные исследования проводили в США, прежде всего в Университете Фэрбенкса, Аляска [15, 16] и в Университете Колорадо [14]. Все эти модели различаются, главным образом, методом численного решения уравнения теплопроводности. В данной работе была использована динамическая модель, описанная в [9]. Эта разработанная и откалиброванная в ГГИ модель наиболее полно учитывает водный баланс верхнего слоя почвы, что позволяет корректировать на каждом расчетном шаге зависящие от влажности теплофизические характеристики среды.

Отметим главные особенности модели. Ее основу составляют уравнение теплового баланса подстилающей поверхности, уравнение переноса тепла в слое снега и почве и уравнение баланса влаги. Перенос тепла и влаги в толще грунта описывается следующим образом:

$$c_e \frac{T}{t} - \frac{T}{z} - \frac{T}{z} - w L \frac{W}{t}, \quad (1)$$

$$\frac{W}{t} = \frac{K}{z} - \frac{K}{z} K, \quad (2)$$

где

$$c_e = c_w c_w + c_i c_i + c_s c_s (1 - P) + L \frac{W_l(T)}{T}; \quad (3)$$

$$0 \text{ при } T = 0,$$

$$0 \text{ при } T = 0 \text{ и } W = W_l(T),$$

$$1 \text{ при } T = 0 \text{ и } W = W_l(T).$$

В этих уравнениях T — температура почвы ($^{\circ}\text{C}$); c_e — эффективная теплоемкость почвы ($\text{Дж}/(\text{г } ^{\circ}\text{C})$); L — теплота фазового перехода вода — лед ($\text{Дж}/\text{г}$); W , P — соответственно объемная влажность и пористость почвы (доли объема); $W_l(T)$ — содержание незамерзшей влаги в почве, зависящее от температуры ($\text{г}/\text{м}^3$); — капиллярно-сорбционный потенциал почвенной влаги (м водного столба); K , — соответственно коэффициенты влагопроводности ($\text{м}/\text{с}$) и теплопроводности ($\text{Вт}/(\text{м } ^{\circ}\text{C})$) почвы; c_w , c_i , c_s — удельные теплоемкости воды, льда и скелета почвы ($\text{Дж}/(\text{г } ^{\circ}\text{C})$); w , i , s — соответственно их плотность ($\text{г}/\text{м}^3$); — безразмерный бинарный коэффициент; t , z — время (с) и вертикальная координата (м), причем поверхность почвы совмещена с уровнем $z = 0$, а ось z направлена вниз.

Отличие уравнения (1) от традиционного уравнения теплопроводности в том, что оно учитывает содержание незамерзшей влаги в мерзлом грунте как функцию температуры. Уравнение (2) описывает миграцию влаги при промерзании грунтов. На входе модели задают суточные значения температуры воздуха, осадков, скорости ветра, влажности воздуха и приходящей солнечной радиации.

Данные измерений температуры грунта

В работе использованы данные 25 площадок измерений температуры грунта в криолитозоне на севере европейской части России и десяти площадок в Восточной Сибири (рис. 1). В совокупности они представляют широкий спектр ландшафтно-климатических, почвенных и гидрологических условий.

На севере европейской части России в восьми пунктах температуру грунта измеряли на глубине 0, 0,2, 0,5, 0,8, 1, 2, 3, 5 и 10 м, в остальных — на глубине 0, 0,2, 0,5 и 1 м. В 12 пунктах почвенные горизонты сложены суглинками под слоем торфа от 3 до 10 см, остальные — торфом в пределах торфяных залежей со средней мощностью 3 м. Плотность торфов изменяется в пределах от 0,06 до 0,2 $\text{г}/\text{см}^3$, суглинков — от 1 до 1,5 $\text{г}/\text{см}^3$; объемная влажность изменяется в диапазоне 0,2—0,5 и в среднем составляет 0,3 доли объема.

В Восточной Сибири измерения проводили в естественных ландшафтах на песчаных (стационар вблизи Тикси), супесчаных (мерзлотный стационар в Якутске, научная станция Спасская Падь), суглинистых (Анадырь) и щебенистых (стационар в Южной Якутии, Магадан) грунтах разной плотности (от 1,6 до 2,25 $\text{г}/\text{см}^3$) и невысокой влажности (порядка 0,2 доли объема). Охват по глубине варьировался от 1,2 до 3,2 м с про-

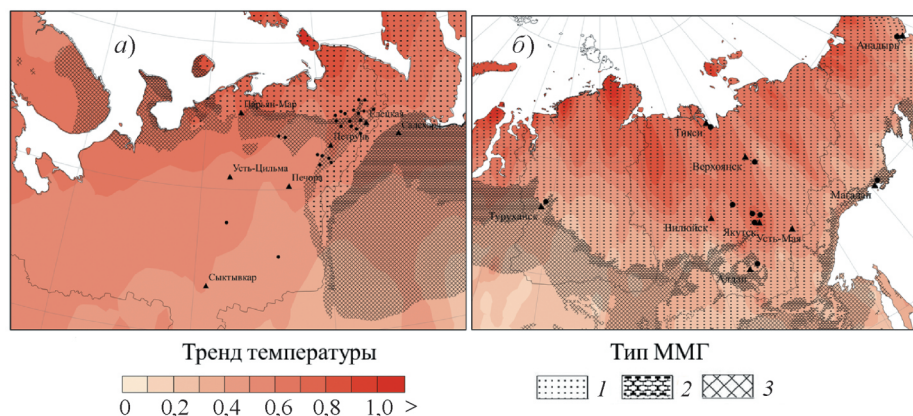


Рис. 1. Расположение площадок измерений температуры многолетнемерзлых грунтов на севере европейской части России (а) и в Восточной Сибири (б).

Заливкой с неравномерной шкалой показаны тренды среднегодовой температуры воздуха ($^{\circ}\text{C}/10 \text{ лет}$) за период 1978—2017 гг.; штриховкой выделены области сплошного (1), прерывистого (2) и островного (3) распространения ММГ.

грессивно возрастающим шагом в несколько десятков сантиметров на большинстве пунктов наблюдений и до 30 м с шагом в несколько метров в термометрических скважинах вблизи Тикси, Магадана и Анадыря. Автоматизированные измерения температуры проводили с помощью логгеров НОВО U-12-008 с временной дискретностью от 1 до 6 ч и с точностью $0,1^{\circ}\text{C}$. Набор данных по всем площадкам репрезентативно отражает разные почвенные, ландшафтные и климатические условия зон сплошного, прерывистого и островного распространения ММГ на севере европейской части России и в Сибири.

Для сравнения данных измерений температуры и модельных расчетов было проведено условное разделение площадок на четыре типа по мощности СТС и режиму протаивания (промерзания). Первый тип составили 5 из 35 площадок с малой мощностью СТС (в пределах $0,3\text{—}0,5 \text{ м}$), второй тип — 9 площадок со средней мощностью СТС $0,5\text{—}1 \text{ м}$. К третьему типу отнесены 10 площадок с СТС более 1 м , ниже которого грунт постоянно находится в мерзлом состоянии. На 11 площадках четвертого типа верхние почвенные горизонты подвержены глубокому сезонному промерзанию. Под ними находятся талики, т. е. талые породы мощностью 3 м и более, ниже которых располагаются многолетнемерзлые грунты. Показательно, что площадки, находящиеся в непосредственной близости друг от друга, могут относиться к разным типам, что указывает на большую роль локальных факторов в формировании СТС и режима протаивания (промерзания).

Модельная ассимиляция данных измерений

Любая математическая модель содержит параметры, точные значения которых определить сложно. Их рассматривают как подгоночные и первоначально используют базовые значения для заданного типа, плотности и влажности почвы и свойств напочвенных покровов. Впоследствии эти зна-

чения корректируют так, чтобы модель наилучшим образом описывала все имеющиеся данные измерений. Модельная ассимиляция данных состоит в подборе значений влияющих параметров, при которых минимизируется функционал, представляющий собой сумму абсолютных величин разностей рассчитанных и измеренных характеристик ММГ для всех имеющихся для рассматриваемой территории пунктов наблюдений.

Были проведены модельные расчеты с целью воспроизвести внутригодовые и межгодовые изменения температуры грунта на измерительных площадках каждого из четырех типов. На рис. 2а, б показаны результаты для первого типа на примере стационара Инта1-бугор (север европейской части России).

В расчетах были учтены особенности грунта и метеорологических факторов. Разрез представляет собой торфяную залежь. На глубине от 1,5 до 3 м находится полностью водонасыщенный торф с плотностью $(0,07—0,1) \cdot 10^6 \text{ г/м}^3$. Верхний слой сложен торфом плотностью $(0,1—0,2) \cdot 10^6 \text{ г/м}^3$ с высокой влажностью (около 0,3 доли объема), и лишь приповерхностный 10-сантиметровый слой является относительно сухим. Вследствие этого коэффициент теплопроводности мерзлого грунта значительно больше, чем талого. Высота снежного покрова в данном пункте не превышает 0,2 м. В совокупности это приводит к сильному выхолаживанию грунтов в зимний период и неглубокому сезонному оттаиванию (менее 0,5 м). Последнее обусловлено низким коэффициентом теплопроводности приповерхностного слоя торфа и большим содержанием льда в нижележащем слое, из-за чего значительная часть теплового потока идет на фазовые переходы.

Можно отметить, что модель хорошо описывает фактические характеристики. Как расчеты, так и данные наблюдений выявляют характерные “полочки” на графике годового хода температуры, указывающие на фазовые переходы. На глубине 0,5 м они происходят вблизи 0 С, а на глубине 3 м — при температуре около –0,4 С. В этом проявляется влияние незамерзшей влаги. Небольшие расхождения результатов расчетов и наблюдений обусловлены неопределенностью задания начальных и граничных условий, поскольку информация о физических свойствах почвенно-грунтовых горизонтов имела отрывочный характер. Ход метеорологических величин задавался по данным ближайшей станции Петрунь и не учитывал локальных факторов.

На рис. 2в, г показаны данные для площадки второго типа на севере европейской части России, расположенной также вблизи метеостанции Петрунь. На данной площадке почва состоит из суглинков с плотностью $(1,3—1,5) \cdot 10^6 \text{ г/м}^3$ и влажностью около 0,2 доли объема. Высота снежного покрова в среднем составляет 0,3 м. Высокая теплопроводность суглинков по сравнению с торфами и меньшая влажность способствуют большему охлаждению в зимний период и более глубокому оттаиванию летом (до 1 м). Как и в первом случае, модель хорошо описывает температурный режим.

Третий тип иллюстрируют данные стационара вблизи Якутска (рис. 2д, е). Можно отметить гармонический внутригодовой ход температуры на всех горизонтах без выраженных особенностей на границе фазовых переходов. На данном стационаре грунт состоит из песка и супеси большой плотнос-

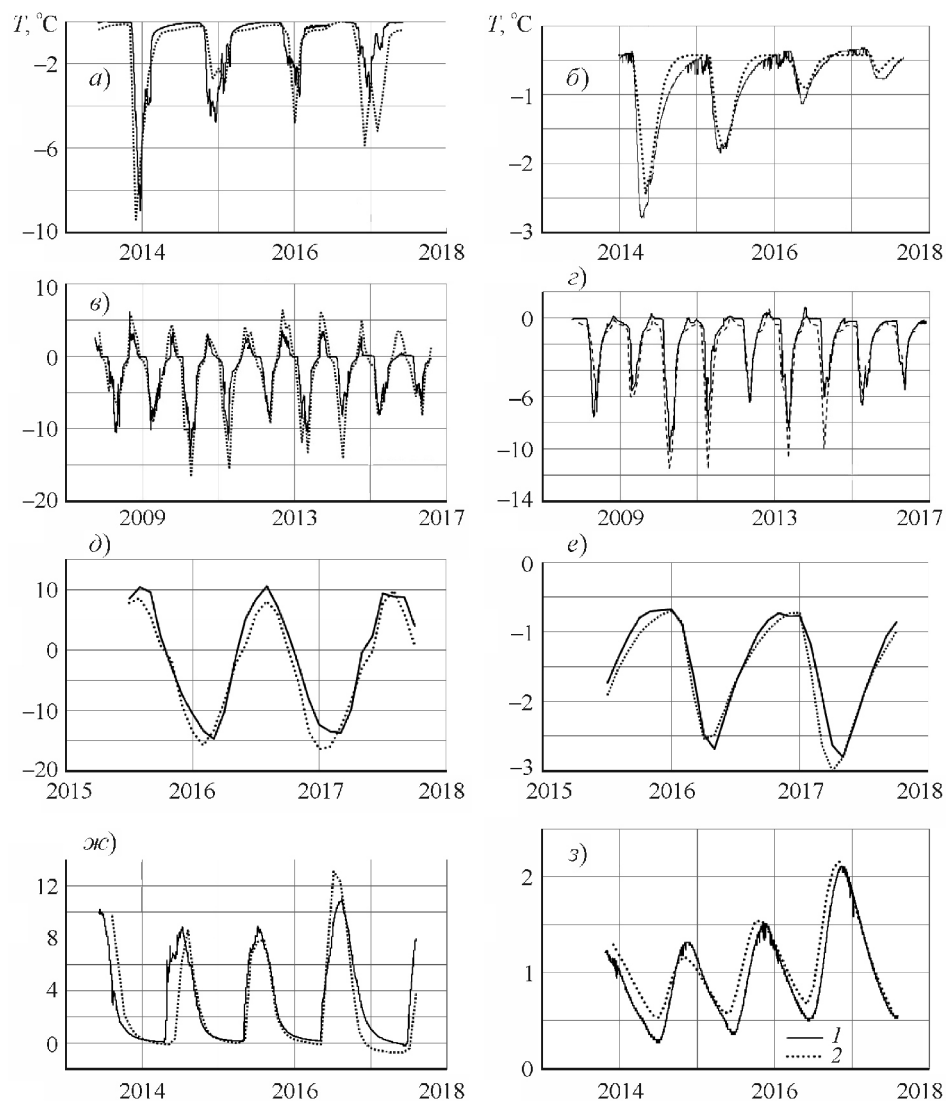


Рис. 2. Динамика изменения температуры почвогрунта на площадках четырех типов по результатам измерений (1) и модельных расчетов (2).

Площадка первого типа — стационар Инта1-бугор, глубина 0,5 м (а) и 3 м (б); площадка второго типа — вблизи метеостанции Петрунь, глубина 0,5 м (в) и 1 м (г); площадка третьего типа — стационар Якутск, глубина 0,8 м (д) и 3,2 м (е); площадка четвертого типа — стационар Инта1-фен, глубина 0,5 м (ж) и 3 м (з).

ти (1,6—1,7) 10^6 г/м³ с влажностью менее 0,1 доли объема. Относительно малые затраты тепла на фазовые переходы мало влияют на скорость продвижения фронта промерзания (оттаивания), что ведет к увеличению мощности СТС.

К четвертому типу площадок, расположенных над таликами, относится стационар Инта1-фен (рис. 2ж, з). При моделировании использовали метеорологические данные станции Петрунь. Особенностью в данном случае является отсутствие ММГ до глубины 9 м. Стационар находится в по-

ниженной форме рельефа и характеризуется большим снегонакоплением в зимний период (до 1,2 м). Грунт в верхнем слое представлен торфом с высокой влажностью, ниже он подстиляется водонасыщенным суглинком. Сезонное промерзание по данным наблюдений не превышает 0,5 м, при этом определяющими факторами являются высокая теплоизоляция снежного покрова и большие затраты тепла на фазовые переходы грунтовой влаги.

Учет локальной изменчивости влияющих факторов

Анализ наблюдений на севере европейской части России выявляет значительный разброс температуры почвогрунта и мощности СТС на относительно небольших территориях. При схожих климатических условиях мощность СТС изменяется от 0,5 до 3 м. Показательны результаты измерений в расположенных рядом точках Инта1-бугор и Инта1-фен. На первом из них мощность СТС составляет всего 0,2 м, на втором имеется талик до глубины 9 м. Столь большие различия обусловлены локальной изменчивостью почвенных и ландшафтных факторов. Так, высота снежного покрова в зависимости от рельефа изменялась в пределах небольших территорий от 0,1 до 1,5 м. В почвенных разрезах представлены пески, супеси, суглинки и торфы разной плотности, обладающие различными теплофизическими характеристиками. Влажность грунтов также изменяется в широких пределах в зависимости от типа почвы и локального рельефа.

Для учета в расчетах СТС мелкомасштабной естественной изменчивости влияющих параметров можно применить ансамблевый подход. Он состоит в том, что проводится серия идентичных расчетов с “возмущенными”, т. е. несколько отличающимися от базовых, значениями параметров. Величины “возмущений” оцениваются на основе обобщения немногочисленных данных наблюдений о мелкомасштабной пространственной изменчивости рассматриваемых параметров. Такой подход был разработан и давно применяется в гидродинамических моделях земной системы для увеличения достоверности климатических проекций. Совокупность всех проведенных расчетов называют ансамблем. Если должным образом задать возмущения параметров, ансамбль результатов расчетов будет в статистическом смысле описывать естественную мелкомасштабную изменчивость. Далее с ансамблем можно работать как со статистической выборкой, т. е. рассчитывать наиболее вероятное значение, квантили распределения и иные статистические характеристики.

Учитываемая в ансамблевых расчетах мелкомасштабная изменчивость влияющих параметров может значительно отразиться на результате. На рис. 3 в качестве примера представлены расчеты внутригодовой динамики мощности СТС с использованием данных метеостанции Якутск, осредненных за 1982—2017 гг. Рассмотрены два варианта сложения верхней двухметровой толщи почвенно-грунтовых разрезов: из торфа плотностью $0,1 \cdot 10^6 \text{ г/м}^3$ и суглинка плотностью $1,5 \cdot 10^6 \text{ г/м}^3$. При этом в расчетах были использованы два значения влажности — 0,1 и 0,2 доли объема, остальные параметры были неизменными. Результаты расчета иллюстрируют чувствительность модели к влияющим параметрам. Можно видеть, что вариация влажности в диапазоне 0,1—0,2 доли объема ведет к измене-

нию расчетной мощности СТС до 15% для суглинка и до 30% для торфа.

Выводы

Сравнение результатов модельных расчетов и наблюдений (рис. 2) указывает на то, что динамическая модель хорошо описывает разные типы температурного режима ММГ в широком диапазоне почвенных, ландшафтных, гео-криологических и климатических условий, если известны значения основных влияющих параметров. Это, прежде всего, метеорологические данные, высота снежного покрова, свойства почвенно-грунтовой толщи (тип грунта, его плотность и влажность), растительность и характеристики ландшафта. В пределах всей криолитозоны эти параметры можно оценить, используя гидрометеорологические, почвенные, растительные и топографические цифровые карты. Они представляют собой базы данных, в которых величины заданы в узлах регулярной пространственной сетки. Современные продукты атмосферного реанализа и спутниковые альтиметрические данные обладают высоким пространственным разрешением. Однако необходимые для гео-криологического реанализа карты влияющих почвенных и растительных параметров континентального масштаба в настоящее время имеют разрешение порядка $0,5^\circ$ по широте и долготе. Такое разрешение достаточно для решения многих задач био- и геохимии и стратегического планирования землепользования, таких как оценка эмиссии парниковых газов из талого углеродосодержащего субстрата криолитозоны, оценка положения северной границы древесной растительности, лимитированной мощностью корнеобитаемого слоя, и т. п.

Рассчитываемые в каждом узле значения параметров состояния ММГ представляют собой типичные величины, их фактические значения в пределах одной ячейки сетки могут значительно варьироваться. Тестовые расчеты (рис. 3) свидетельствуют о том, что эти вариации подсеточного масштаба можно учесть, проводя ансамблевые расчеты и получив оценку мощности СТС в виде статистической выборки. Это создает предпосылки для модельного реанализа состояния всей криолитозоны России, результаты которого будут представлены в последующей публикации.

Авторы признательны Т. Х. Максимова за предоставление данных измерений на научной станции Спасская Падь и К. О. Шаповаловой за подготовку иллюстраций.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 18-05-60005).

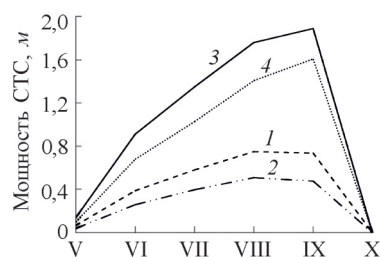


Рис. 3. Модельные расчеты мощности СТС торфа (1, 2) и суглинка (3, 4) при влажности грунта от 0,1 (1, 3) до 0,2 (2, 4) доли объема для метеорологических условий Якутска, осредненных за период 1982—2017 гг.

Литература

1. Анисимов О. А., Анохин Ю. А., Лавров С. А., Малкова Г. В., Павлов А. В., Романовский В. Е., Стрелецкий Д. А., Холодов А. Л., Шикломанов Н. И. Континентальная многолетняя мерзлота. /В кн.: Методы изучения последствий изменений климата для природных систем. Под ред. С. М. Семенова. — М., ВНИИГМИ, 2012, с. 268—328.
2. Анисимов О. А., Жильцова Е. Л., Шаповалова К. О., Ершова А. А. Анализ индикаторов изменения климата. Часть 1. Восточная Сибирь. — Метеорология и гидрология, 2019, № 12, с. 31—42.
3. Анисимов О. А., Нельсон Ф. Э. Прогноз изменения мерзлотных условий в северном полушарии: применение результатов балансовых и транзитивных расчетов по моделям общей циркуляции атмосферы. — Криосфера Земли, 1998, № 2, с. 53—57.
4. Анисимов О. А., Нельсон Ф. Э., Павлов А. В. Прогнозные сценарии эволюции криолитозоны при глобальных изменениях климата в XXI веке. — Криосфера Земли, 1999, № 4, с. 15—25.
5. Анисимов О. А., Шерстюков А. Б. Оценка роли природно-климатических факторов в изменениях криолитозоны России. — Криосфера Земли, 2016, № 2, с. 90—99.
6. Аржанов М. М., Елисеев А. В., Демченко П. Ф., Мохов И. И. Моделирование изменений температурного и гидрологического режимов приповерхностной мерзлоты с использованием климатических данных (реанализа). — Криосфера Земли, 2007, № 4, с. 65—69.
7. Второй оценочный доклад Росгидромета об изменениях климата и их последствиях на территории Российской Федерации. Общее резюме. /Под ред. В. М. Катцова, С. М. Семенова. — М., Росгидромет, 2014, 58 с.
8. Дымников В. П., Лыкосов В. Н., Володин Е. М., Галин В. Я., Глазунов А. В., Грицун А. С., Дианский Н. А., Толстых М. А., Чавро А. И. Моделирование климата и его изменений. /В кн.: Современные проблемы вычислительной математики и математического моделирования. — М., Наука, 2005, с. 36—173.
9. Лавров С. А., Анисимов О. А. Моделирование гидротермического режима грунтов: описание физически полной динамической модели и сравнение расчетов с наблюдениями. /В сб.: Проблемы экологического моделирования и мониторинга экосистем. Под ред. Ю. А. Израэля. — М., НИЦ “Планета”, 2011, с. 241—255.
10. Малевский-Малевич С. П., Молькентин Е. К., Надежина Е. Д. Модельные оценки эволюции вечной мерзлоты и распределения слоя сезонного протаивания в зависимости от климатических условий в северных регионах Западной Сибири. — Криосфера Земли, 2000, № 4, с. 49—57.
11. Малевский-Малевич С. П., Молькентин Е. К., Надежина Е. Д., Павлова Т. П. Модельные оценки изменений температуры воздуха и эволюция теплового состояния многолетнемерзлых пород. — Криосфера Земли, 2005, № 3, с. 36—44.
12. Шерстюков А. Б., Шерстюков Б. Г. Пространственные особенности и новые тенденции в изменениях термического состояния почвогрунтов и глубины их сезонного протаивания в зоне многолетней мерзлоты. — Метеорология и гидрология, 2015, № 2, с. 5—12.
13. Gruber S. Derivation and analysis of a high-resolution estimate of global permafrost zonation. — The Cryosphere, 2012, No. 6, pp. 221—233.
14. Lawrence D. M. and Slater A. G. A projection of severe nearsurface permafrost degradation during the 21st century. — Geophys. Res. Lett., 2005, No. L24401; doi: 10.1029/2005GL025080.
15. Sazonova T. S. and Romanovsky V. E. A model for regional-scale estimation of temporal and spatial variability of active-layer thickness and mean annual ground temperatures. — Permafrost and Periglacial Processes, 2003, No. 2, pp. 125—140.
16. Zhang T. J. Influence of the seasonal snow cover on the ground thermal regime: An overview. — Rev. Geophys., 2005, No. 4, pp. 72—87.